2013 年度 I 科 1 組　前期試験

※解答用紙の裏面使用可

$\boxed{1}$　次の関数を微分せよ．

(1) $\dfrac{-2x^2+5x+1}{x^2-x+3}$　　(2) $\cos 5x \sin 2x$

(3) $\dfrac{\cos x}{2+\sin x}$　　(4) $\dfrac{x\log x}{x+\log x}$

(5) $\log(-x+\sqrt{x^2+9})$　　(6) $\arctan\dfrac{6-5x}{5+6x}$

(7) $\arctan\sqrt{\dfrac{3x-5}{7x+2}}$　　(8) $\arccos\sqrt{1-4x^2}$

$\boxed{2}$　次の問いに答えよ．

(1) $\arctan\dfrac{3}{4}=\alpha,\ \arctan\dfrac{12}{5}=\beta$ のとき，$\tan(\alpha+\beta)$ と $\sin(\alpha-\beta)$ の値を求めよ．

(2) $f(x)=\sqrt{1+x^2}\arctan x$ のとき，$(1+x^2)f''(x)+2xf'(x)-f(x)$ を簡単にせよ．

$\boxed{3}$　次の関数の Maclaurin（マクローリン）展開をかっこ内の項まで求めよ．ただし，係数は既約分数にすること．

(1) $\dfrac{\arctan x}{\sqrt{1+x}}$　（5 次以下）　　(2) $\sqrt{1+x+x^2}$　（4 次以下）

※必要ならば，次の Maclaurin 展開を用いてよい．

$$\arctan x = x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}-\cdots\quad(-1\leqq x\leqq 1)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}}=1-\frac{1}{2}x+\frac{3}{8}x^2-\frac{5}{16}x^3+\frac{35}{128}x^4-\cdots\quad(-1<x\leqq 1)$$

$$\sqrt{1+x}=1+\frac{1}{2}x-\frac{1}{8}x^2+\frac{1}{16}x^3-\frac{5}{128}x^4+\cdots\quad(-1\leqq x\leqq 1)$$

2013 年度 I 科 1 組　後期試験

※解答用紙の裏面使用可

$\boxed{1}$ (1) 次の等式が成り立つような定数 A, B, C の値を求めよ．**(1) は答のみでよい.**

$$\frac{x^2+10x-33}{(x+3)(x^2-8x+21)} = \frac{A}{x+3} + \frac{Bx+C}{x^2-8x+21}$$

(2) $\displaystyle\int \frac{x^2+10x-33}{(x+3)(x^2-8x+21)}dx$ を求めよ．

$\boxed{2}$ $\sqrt{4x^2-7x+1}+2x=t$ とおくことにより，$\displaystyle\int \frac{1}{x\sqrt{4x^2-7x+1}}dx$ を求めよ．

$\boxed{3}$ $f(x,y)=x^3+xy^2-2x^2-y^2-2xy+x+2y$ について，次の問いに答えよ．

(1) $f(x,y)$ の停留点を求めよ．**(1) は答のみでよい.**

(2) $f(x,y)$ の極値を求めよ．

※ $f_x(a,b)=0,\ f_y(a,b)=0$ のとき
$H(a,b)>0,\ f_{xx}(a,b)>0 \quad \Longrightarrow \quad f(a,b)$：極小値
$H(a,b)>0,\ f_{xx}(a,b)<0 \quad \Longrightarrow \quad f(a,b)$：極大値
$H(a,b)<0 \quad \Longrightarrow \quad f(a,b)$：極値でない
ただし $H(x,y)=f_{xx}(x,y)f_{yy}(x,y)-f_{xy}(x,y)^2$ とする．

$\boxed{4}$ 次の積分を求めよ．

(1) $\displaystyle\int_{-\frac{1}{\sqrt{3}}}^{\sqrt{3}} 2x\arctan x dx$　　(2) $\displaystyle\int_{-1}^{2}\left\{\int_{-1}^{x^2}(5y-x)dy\right\}dx$

(3) $\displaystyle\int_{1}^{2}\left(\int_{x^2}^{x^5}\frac{x^4}{y^2}dy\right)dx$　　(4) $\displaystyle\int_{0}^{1}\left\{\int_{0}^{x}(x+2)e^{2y}dy\right\}dx$

(5) $\displaystyle\int_{0}^{5}\left(\int_{\frac{4}{5}x}^{4}\frac{y}{\sqrt{y^3+36}}dy\right)dx$　（順序変更）