

科目名	数学A	対象	1A-1	学部 研究科	工学部第二部	学科 専攻科		学籍 番号		評点
平成 26 年 7 月 23 日 (水) 3 回目 (~ 時限目)				担当	石川 学	学年		氏名		
試験 時間	60 分	注 意 事 項	① 筆記用具以外持込不可 ② 下記のみ参照 持込可 ()							

2014 年度 A 科 1 組 前期試験

※解答用紙の裏面使用可

1 次の関数を微分せよ.

(1) $\frac{x^2 - 2x + 5}{x^2 + 7x + 13}$

(2) $\log|x - \sqrt{x^2 + 5}|$

(3) $\frac{x \arctan x}{\sqrt{1 + x^2}}$

(4) $\arctan \sqrt{\frac{5x - 2}{9x + 7}}$

(5) $\arccos \sqrt{1 - 4x^2}$

2 次の関数の ^{マクローリン}Maclaurin 展開をカッコ内の項まで求めよ. ただし, 係数は既約分数にすること.

(1) $\frac{\arcsin x}{\sqrt{1 + x}}$ (5 次以下)

(2) $\sqrt{1 + x - \frac{x^2}{2}}$ (4 次以下)

※必要ならば, 次の Maclaurin 展開を用いてよい.

$\arcsin x = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \cdots \quad (-1 \leq x \leq 1)$

$\frac{1}{\sqrt{1 + x}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + \frac{35}{128}x^4 - \cdots \quad (-1 < x \leq 1)$

$\sqrt{1 + x} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{16}x^3 - \frac{5}{128}x^4 + \cdots \quad (-1 \leq x \leq 1)$

3 次を求めよ.

(1) $\int \left(5x - 4 + \frac{1}{x}\right) \left(x - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}\right) dx$

(2) $\int \frac{(e^{7x} - 3e^{-3x})^2}{e^{5x}} dx$

(3) $\int (5 \sin 7x - 2 \cos 4x)^2 dx$

科目名		担当先生	
理学部	1	氏名 A-1	
工学部	2		

1 (1) $\left(\frac{x^2-2x+5}{x^2+7x+13}\right)' = \frac{(2x-2) \cdot (x^2+7x+13) - (x^2-2x+5) \cdot (2x+7)}{(x^2+7x+13)^2} = \frac{9x^2+16x-61}{(x^2+7x+13)^2}$

(2) $\left(\log|x-\sqrt{x^2+5}|\right)' = \frac{1}{x-\sqrt{x^2+5}} \cdot \left(1 - \frac{2x}{2\sqrt{x^2+5}}\right) = \frac{1}{x-\sqrt{x^2+5}} \cdot \frac{\sqrt{x^2+5}-x}{\sqrt{x^2+5}} = -\frac{1}{\sqrt{x^2+5}}$

(3) $\left(\frac{x \arctan x}{\sqrt{1+x^2}}\right)' = \frac{(1 \cdot \arctan x + x \cdot \frac{1}{1+x^2}) \cdot \sqrt{1+x^2} - x \arctan x \cdot \frac{2x}{2\sqrt{1+x^2}}}{1+x^2} = \frac{\arctan x + x}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}}$

(4) $\left(\arctan \sqrt{\frac{5x-2}{9x+7}}\right)' = \frac{1}{1+\frac{5x-2}{9x+7}} \cdot \left\{ \frac{1}{2\sqrt{\frac{5x-2}{9x+7}}} \cdot \frac{5 \cdot (9x+7) - (5x-2) \cdot 9}{(9x+7)^2} \right\} = \frac{9x+7}{14x+5} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{\frac{9x+7}{5x-2}} \cdot \frac{53}{(9x+7)^2}$

(5) $\left(\arccos \sqrt{1-4x^2}\right)' = -\frac{1}{\sqrt{1-(1-4x^2)}} \cdot \frac{-8x}{2\sqrt{1-4x^2}} = -\frac{1}{2|x|} \cdot \frac{-4x}{\sqrt{1-4x^2}} = \frac{2x}{|x|\sqrt{1-4x^2}}$

3 (1) $\int (5x-4+\frac{1}{x})(x-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2})dx = \int (5x^2-4x-9-\frac{7}{x}+\frac{10}{x^2}-\frac{3}{x^3})dx$
 $= \frac{5}{3}x^3-2x^2-9x-7\log|x|-\frac{10}{x}+\frac{3}{2x^2}$

(2) $\int \frac{(e^{7x}-3e^{-3x})^2}{e^{5x}}dx = \int \frac{e^{14x}-6e^{4x}+9e^{-6x}}{e^{5x}}dx = \int (e^{9x}-6e^{-x}+9e^{-11x})dx$
 $= \frac{1}{9}e^{9x}+6e^{-x}-\frac{9}{11}e^{-11x}$

(3) $\int (5\sin 7x-2\cos 4x)^2dx = \int (25\sin^2 7x-20\sin 7x\cos 4x+4\cos^2 4x)dx$
 $= \int \left\{ 25 \cdot \frac{1-\cos 14x}{2} - 20 \cdot \frac{1}{2}(\sin 11x+\sin 3x) + 4 \cdot \frac{1+\cos 8x}{2} \right\} dx$
 $= \int \left(\frac{25}{2} - \frac{25}{2}\cos 14x - 10\sin 11x - 10\sin 3x + 2\cos 8x \right) dx$
 $= \frac{25}{2}x - \frac{25}{28}\sin 14x + \frac{10}{11}\cos 11x + \frac{10}{3}\cos 3x + \frac{1}{4}\sin 8x$

[2]

$$\begin{aligned}
 (1) \frac{\arcsin x}{\sqrt{1+x}} &= \arcsin x \cdot \frac{1}{\sqrt{1+x}} = \left(x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \dots\right) \times \left(1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + \frac{35}{128}x^4 - \dots\right) \\
 &= x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{8}x^3 - \frac{5}{16}x^4 + \frac{35}{128}x^5 - \dots \\
 &\quad + \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{16}x^5 - \dots \\
 &\quad + \frac{3}{40}x^5 - \dots \\
 &= x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{13}{24}x^3 - \frac{19}{48}x^4 + \frac{263}{640}x^5 - \dots
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \sqrt{1+x-\frac{x^2}{2}} &= 1 + \frac{1}{2}\left(x - \frac{x^2}{2}\right) - \frac{1}{8}\left(x - \frac{x^2}{2}\right)^2 + \frac{1}{16}\left(x - \frac{x^2}{2}\right)^3 - \frac{5}{128}\left(x - \frac{x^2}{2}\right)^4 + \dots \\
 &= 1 + \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{2}x^2\right) - \frac{1}{8}\left(x^2 - x^3 + \frac{1}{4}x^4\right) + \frac{1}{16}\left(x^3 - \frac{3}{2}x^4 + \dots\right) - \frac{5}{128}\left(x^4 + \dots\right) + \dots \\
 &= 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}x^2 \\
 &\quad - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{8}x^3 - \frac{1}{32}x^4 \\
 &\quad + \frac{1}{16}x^3 - \frac{3}{32}x^4 \\
 &\quad - \frac{5}{128}x^4 + \dots \\
 &= 1 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{16}x^3 - \frac{21}{128}x^4 + \dots
 \end{aligned}$$