

科目名	数学A	対象	1A-2	学部 研究科	工学部第二部	学科 専攻科		学籍 番号		評点
平成 26 年 7 月 23 日 (水) 2 回目 (~ 時限目)				担当	石川 学	学年		氏名		
試験 時間	60 分	注 意 事 項	① 筆記用具以外持込不可 2. 下記のみ参照・持込可 ()							

2014 年度 A 科 2 組 前期試験

※解答用紙の裏面使用可

1 (1) ~ (4) は微分し, (5) は極限值を求めよ.

(1) $\frac{x^2 + 7x - 2}{x^2 - 5x + 13}$

(2) $\frac{x \arctan x}{\sqrt{1 + x^2}}$

(3) $\arctan \sqrt{\frac{10x + 3}{7x - 5}}$

(4) $\arcsin \frac{1}{\sqrt{4x^2 + 1}}$

(5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x + \log(1 - 4x)}{e^{5x} - 1 - 5x}$

2 次の関数の ^{マクローリン}Maclaurin 展開をカッコ内の項まで求めよ. ただし, 係数は既約分数にすること.

(1) $\frac{\arcsin x}{\sqrt{1 + x}}$ (5 次以下)

(2) $\sqrt{1 + x - \frac{x^2}{2}}$ (4 次以下)

※必要ならば, 次の Maclaurin 展開を用いてよい.

$\arcsin x = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \cdots \quad (-1 \leq x \leq 1)$

$\frac{1}{\sqrt{1 + x}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + \frac{35}{128}x^4 - \cdots \quad (-1 < x \leq 1)$

$\sqrt{1 + x} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{16}x^3 - \frac{5}{128}x^4 + \cdots \quad (-1 \leq x \leq 1)$

3 次を求めよ.

(1) $\int \left(4x - 5 + \frac{1}{x}\right) \left(2x - \frac{3}{x} - \frac{1}{x^2}\right) dx$

(2) $\int \frac{(2e^{7x} + 3e^{-3x})^2}{e^{5x}} dx$

(3) $\int (2 \sin 7x + 5 \cos 4x - 1)^2 dx$

科目名		担当	先生
学籍番号	学部	学科	番
所属			氏名 H26 (2014) A-2

①

$$(1) \left(\frac{x^2+7x-2}{x^2-5x+13} \right)' = \frac{(2x+7) \cdot (x^2-5x+13) - (x^2+7x-2) \cdot (2x-5)}{(x^2-5x+13)^2} = \frac{-12x^2+30x+81}{(x^2-5x+13)^2}$$

$$(2) \left(\frac{x \arctan x}{\sqrt{1+x^2}} \right)' = \frac{(1 \cdot \arctan x + x \cdot \frac{1}{1+x^2}) \cdot \sqrt{1+x^2} - x \arctan x \cdot \frac{2x}{2\sqrt{1+x^2}}}{1+x^2} = \frac{\arctan x + x}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}}$$

$$(3) \left(\arctan \sqrt{\frac{10x+3}{7x-5}} \right)' = \frac{1}{1 + \frac{10x+3}{7x-5}} \cdot \left\{ \frac{1}{2\sqrt{\frac{10x+3}{7x-5}}} \cdot \frac{10 \cdot (7x-5) - (10x+3) \cdot 7}{(7x-5)^2} \right\}$$

$$= \frac{7x-5}{17x-2} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{\frac{7x-5}{10x+3}} \cdot \frac{-71}{(7x-5)^2} = \frac{-71}{2(17x-2)(7x-5)} \sqrt{\frac{7x-5}{10x+3}}$$

$$(4) \left(\arcsin \frac{1}{\sqrt{4x^2+1}} \right)' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{4x^2+1}}} \cdot \left(-\frac{\frac{8x}{2\sqrt{4x^2+1}}}{4x^2+1} \right) = \sqrt{\frac{4x^2+1}{4x^2}} \cdot \frac{-4x}{(4x^2+1)\sqrt{4x^2+1}} = \frac{\sqrt{4x^2+1}}{2|x|} \cdot \frac{-4x}{(4x^2+1)\sqrt{4x^2+1}} = \frac{-2x}{|x|(4x^2+1)}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x + \log(1-4x)}{e^{5x} - 1 - 5x} \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 + \frac{-4}{1-4x}}{5e^{5x} - 5} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{-16x}{1-4x}}{5(e^{5x} - 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{e^{5x} - 1} \cdot \frac{-16}{25(1-4x)} = 1 \cdot \frac{-16}{25} = -\frac{16}{25}$$

②

$$(1) \frac{\arcsin x}{\sqrt{1+x}} = \arcsin x \cdot \frac{1}{\sqrt{1+x}} = \left(x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \dots \right) \times \left(1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + \frac{35}{128}x^4 - \dots \right)$$

$$= x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{8}x^3 - \frac{5}{16}x^4 + \frac{35}{128}x^5 - \dots$$

$$+ \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{16}x^5 - \dots$$

$$+ \frac{3}{40}x^5 - \dots$$

$$= x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{13}{24}x^3 - \frac{19}{48}x^4 + \frac{263}{640}x^5 - \dots$$

$$(2) \sqrt{1+x-\frac{x^2}{2}} = 1 + \frac{1}{2}\left(x - \frac{x^2}{2}\right) - \frac{1}{8}\left(x - \frac{x^2}{2}\right)^2 + \frac{1}{16}\left(x - \frac{x^2}{2}\right)^3 - \frac{5}{128}\left(x - \frac{x^2}{2}\right)^4 + \dots$$

$$= 1 + \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{2}x^2\right) - \frac{1}{8}\left(x^2 - x^3 + \frac{1}{4}x^4\right) + \frac{1}{16}\left(x^3 - \frac{3}{2}x^4 + \dots\right) - \frac{5}{128}\left(x^4 + \dots\right) + \dots$$

$$= 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}x^2$$

$$- \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{8}x^3 - \frac{1}{32}x^4$$

$$+ \frac{1}{16}x^3 - \frac{3}{32}x^4$$

$$- \frac{5}{128}x^4 + \dots$$

$$= 1 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{16}x^3 - \frac{21}{128}x^4 + \dots$$

3

$$(1) \int (4x - 5 + \frac{1}{x})(2x - \frac{3}{x} - \frac{1}{x^2}) dx = \int (8x^2 - 10x - 10 + \frac{11}{x} + \frac{2}{x^2} - \frac{1}{x^3}) dx$$

$$= \frac{8}{3}x^3 - 5x^2 - 10x + 11 \log|x| - \frac{2}{x} + \frac{1}{2x^2}$$

$$(2) \int \frac{(2e^{7x} + 3e^{-3x})^2}{e^{5x}} dx = \int \frac{4e^{14x} + 12e^{4x} + 9e^{-6x}}{e^{5x}} dx = \int (4e^{9x} + 12e^{-x} + 9e^{-11x}) dx$$

$$= \frac{4}{9}e^{9x} - 12e^{-x} - \frac{9}{11}e^{-11x}$$

$$(3) \int (2\sin 7x + 5\cos 4x - 1)^2 dx = \int (4\sin^2 7x + 25\cos^2 4x + 1 + 20\sin 7x\cos 4x - 10\cos 4x - 4\sin 7x) dx$$

$$= \int \left\{ 4 \cdot \frac{1 - \cos 14x}{2} + 25 \cdot \frac{1 + \cos 8x}{2} + 1 + 20 \cdot \frac{1}{2}(\sin 11x + \sin 3x) - 10\cos 4x - 4\sin 7x \right\} dx$$

$$= \int \left(\frac{31}{2} - 2\cos 14x + \frac{25}{2}\cos 8x + 10\sin 11x + 10\sin 3x - 10\cos 4x - 4\sin 7x \right) dx$$

$$= \frac{31}{2}x - \frac{1}{7}\sin 14x + \frac{25}{16}\sin 8x - \frac{10}{11}\cos 11x - \frac{10}{3}\cos 3x - \frac{5}{2}\sin 4x + \frac{4}{7}\cos 7x$$