

科目名	数学A	対象	1A-1	学部 研究科	工学部第二部	学科 専攻科		学籍 番号		評 点
平成 27 年 7 月 29 日 (水)	3 回目	(~ 時限目)	担当	石川 学	学 年		氏 名			
試験 時間	60 分	注 意 事 項	① 筆記用具以外持込不可 ② 下記のみ参照 持込可 ()							

2015 年度 A 科 1 組 前期試験

※解答用紙の裏面使用可

① 次の関数を微分せよ.

(1) $\frac{-5x^2 + 4x - 6}{3x^2 - x + 2}$

(2) $\frac{(\arctan x)^3}{\sqrt{1+x^2}}$

(3) $\arctan \sqrt{\frac{5x+9}{3x-4}}$

(4) $\arccos \sqrt{1-5x^2}$

② 次の関数の ^{マクローリン} Maclaurin 展開をカッコ内の項まで求めよ. ただし, 係数は既約分数にすること.

(1) $\frac{\arcsin x}{\sqrt{1+x}}$ (5 次以下)

(2) $\sqrt{1+x-\frac{x^2}{4}}$ (4 次以下)

※必要ならば, 次の Maclaurin 展開を用いてよい.

$$\arcsin x = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \cdots \quad (-1 \leq x \leq 1)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + \frac{35}{128}x^4 - \cdots \quad (-1 < x \leq 1)$$

$$\sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{16}x^3 - \frac{5}{128}x^4 + \cdots \quad (-1 \leq x \leq 1)$$

③ 次を求めよ.

(1) $\int \left(5x - 7 + \frac{6}{x}\right) \left(3x - \frac{1}{2x} + \frac{4}{x^2}\right) dx$

(2) $\int \frac{(2e^{7x} - 3e^{-3x})^2}{e^{9x}} dx$

(3) $\int (7 \cos 5x - 4 \sin 2x)^2 dx$

科目名		担当 先生			
該当学部 を 記 す	理学部 工学部	1 部	学科	年 番	
		2			氏名 A-1

1

$$(1) \left(\frac{-5x^2+4x-6}{3x^2-x+2} \right)' = \frac{(-10x+4) \cdot (3x^2-x+2) - (-5x^2+4x-6) \cdot (6x-1)}{(3x^2-x+2)^2} = \frac{-7x^2+16x+2}{(3x^2-x+2)^2}$$

$$(2) \left\{ \frac{(\arctan x)^3}{\sqrt{1+x^2}} \right\}' = \frac{\{3(\arctan x)^2 \cdot \frac{1}{1+x^2}\} \cdot \sqrt{1+x^2} - (\arctan x)^3 \cdot \frac{2x}{2\sqrt{1+x^2}}}{1+x^2} = \frac{3(\arctan x)^2 - x(\arctan x)^3}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}}$$

$$(3) \left(\arctan \sqrt{\frac{5x+9}{3x-4}} \right)' = \frac{1}{1 + \frac{5x+9}{3x-4}} \cdot \left\{ \frac{1}{2\sqrt{\frac{5x+9}{3x-4}}} \cdot \frac{5 \cdot (3x-4) - (5x+9) \cdot 3}{(3x-4)^2} \right\}$$

$$= \frac{3x-4}{8x+5} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3x-4}{5x+9}} \cdot \frac{-47}{(3x-4)^2} = \frac{-47}{2(8x+5)(3x-4)} \sqrt{\frac{3x-4}{5x+9}}$$

$$(4) (\arccos \sqrt{1-5x^2})' = -\frac{1}{\sqrt{1-(1-5x^2)}} \cdot \frac{-10x}{2\sqrt{1-5x^2}} = \frac{-1}{\sqrt{5x^2}} \cdot \frac{-5x}{\sqrt{1-5x^2}} = \frac{\sqrt{5}x}{|x|\sqrt{1-5x^2}}$$

2

$$(1) \frac{\arcsin x}{\sqrt{1+x}} = \arcsin x \times \frac{1}{\sqrt{1+x}}$$

$$= \left(x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \dots \right) \times \left(1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + \frac{35}{128}x^4 - \dots \right)$$

$$= x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{8}x^3 - \frac{5}{16}x^4 + \frac{35}{128}x^5 - \dots$$

$$+ \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{16}x^5 - \dots$$

$$+ \frac{3}{40}x^5 - \dots$$

$$= x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{13}{24}x^3 - \frac{19}{48}x^4 + \frac{263}{640}x^5 - \dots$$

$$(2) \sqrt{1+x-\frac{x^2}{4}} = 1 + \frac{1}{2}\left(x - \frac{x^2}{4}\right) - \frac{1}{8}\left(x - \frac{x^2}{4}\right)^2 + \frac{1}{16}\left(x - \frac{x^2}{4}\right)^3 - \frac{5}{128}\left(x - \frac{x^2}{4}\right)^4 + \dots$$

$$= 1 + \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{4}x^2\right) - \frac{1}{8}\left(x^2 - \frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{16}x^4\right) + \frac{1}{16}\left(x^3 - \frac{3}{4}x^4 + \dots\right) - \frac{5}{128}\left(x^4 + \dots\right) + \dots$$

$$= 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2$$

$$- \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{16}x^3 - \frac{1}{128}x^4$$

$$+ \frac{1}{16}x^3 - \frac{3}{64}x^4$$

$$- \frac{5}{128}x^4 + \dots$$

$$= 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{32}x^4 + \dots$$

$$(1) \int \left(5x - 7 + \frac{6}{x}\right) \left(3x - \frac{1}{2x} + \frac{4}{x^2}\right) dx = \int \left(15x^2 - 21x + \frac{31}{2} + \frac{47}{2x} - \frac{31}{x^2} + \frac{24}{x^3}\right) dx$$

$$= 5x^3 - \frac{21}{2}x^2 + \frac{31}{2}x + \frac{47}{2} \log|x| + \frac{31}{x} - \frac{12}{x^2}$$

$$(2) \int \frac{(2e^{7x} - 3e^{-3x})^2}{e^{9x}} dx = \int \frac{4e^{14x} - 12e^{4x} + 9e^{-6x}}{e^{9x}} dx$$

$$= \int (4e^{5x} - 12e^{-5x} + 9e^{-15x}) dx$$

$$= \frac{4}{5}e^{5x} + \frac{12}{5}e^{-5x} - \frac{3}{5}e^{-15x}$$

$$(3) \int (7\cos 5x - 4\sin 2x)^2 dx = \int (49\cos^2 5x - 56\cos 5x \sin 2x + 16\sin^2 2x) dx$$

$$= \int \left\{ 49 \cdot \frac{1+\cos 10x}{2} - 56 \cdot \frac{1}{2} (\sin 7x - \sin 3x) + 16 \cdot \frac{1-\cos 4x}{2} \right\} dx$$

$$= \int \left(\frac{65}{2} + \frac{49}{2} \cos 10x - 28 \sin 7x + 28 \sin 3x - 8 \cos 4x \right) dx$$

$$= \frac{65}{2}x + \frac{49}{20} \sin 10x + 4 \cos 7x - \frac{28}{3} \cos 3x - 2 \sin 4x$$