

科目名	数学A	対象	1A-2	学部 研究科	工学部第二部	学科 専攻科		学籍 番号		評点
試験 時間	60 分	注意 事項	① 筆記用具以外持込不可 ② 下記のみに参照持込可 ()							
平成 27 年 7 月 29 日 (水)		2 回目 (~ 時限目)		担当	石川 学	学年		氏名		

2015 年度 A 科 2 組 前期試験

※解答用紙の裏面使用可

- ① (1) ~ (3) は微分し, (4) は極限値を求めよ.

(1) $\frac{-4x^2 + 7x - 2}{5x^2 - 3x + 1}$

(2) $\frac{x^3 \arccos x}{\sqrt{1-x^2}}$

(3) $\arctan \sqrt{\frac{11x-3}{9x+2}}$

(4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-6x-e^{-6x}}{8x-\log(1+8x)}$

- ② 次の関数の ^{マクローリン} Maclaurin 展開をカッコ内の項まで求めよ. ただし, 係数は既約分数にすること.

(1) $\frac{\arcsin x}{\sqrt{1+x}}$ (5 次以下)

(2) $\sqrt{1+x-\frac{2x^2}{5}}$ (4 次以下)

※必要ならば, 次の Maclaurin 展開を用いてよい.

$$\arcsin x = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \cdots \quad (-1 \leq x \leq 1)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + \frac{35}{128}x^4 - \cdots \quad (-1 < x \leq 1)$$

$$\sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{16}x^3 - \frac{5}{128}x^4 + \cdots \quad (-1 \leq x \leq 1)$$

- ③ 次を求めよ.

(1) $\int \left(4x - 6 + \frac{5}{x}\right) \left(7x - \frac{1}{x} + \frac{3}{2x^2}\right) dx$

(2) $\int \frac{(5e^{6x} - 3e^{-3x})^2}{e^{8x}} dx$

(3) $\int (5 \cos 8x - 2 \sin 3x + 1)^2 dx$

科目名					担当先生
学部	理学部	1	部	学科	年
学部	工学部	2	部	学科	年
氏名	A-2				

1

$$(1) \left(\frac{-4x^2+7x-2}{5x^2-3x+1} \right)' = \frac{(-8x+7) \cdot (5x^2-3x+1) - (-4x^2+7x-2) \cdot (10x-3)}{(5x^2-3x+1)^2} = \frac{-23x^2+12x+1}{(5x^2-3x+1)^2}$$

$$(2) \left(\frac{x^3 \arccos x}{\sqrt{1-x^2}} \right)' = \frac{\{3x^2 \cdot \arccos x + x^3 \cdot (-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}})\} \cdot \sqrt{1-x^2} - x^3 \arccos x \cdot \frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}}}{1-x^2} = \frac{x^2(3-2x^2) \arccos x - x^3 \sqrt{1-x^2}}{(1-x^2)\sqrt{1-x^2}}$$

$$(3) \left(\arctan \sqrt{\frac{11x-3}{9x+2}} \right)' = \frac{1}{1+\frac{11x-3}{9x+2}} \cdot \left\{ \frac{1}{2\sqrt{\frac{11x-3}{9x+2}}} \cdot \frac{11 \cdot (9x+2) - (11x-3) \cdot 9}{(9x+2)^2} \right\}$$

$$= \frac{9x+2}{20x-1} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\frac{11x-3}{9x+2}}} \cdot \frac{49}{(9x+2)^2} = \frac{49}{2(20x-1)(9x+2)\sqrt{\frac{11x-3}{9x+2}}}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-6x-e^{-6x}}{8x-\log(1+8x)} \ominus \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-6+6e^{-6x}}{8-\frac{8}{1+8x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-6x}-1}{-6x} \cdot \frac{-9(1+8x)}{16} = 1 \cdot \frac{-9 \cdot 1}{16} = -\frac{9}{16}$$

2

$$(1) \frac{\arcsin x}{\sqrt{1+x}} = \arcsin x \times \frac{1}{\sqrt{1+x}}$$

$$= \left(x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \dots \right) \times \left(1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + \frac{35}{128}x^4 - \dots \right)$$

$$= x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{8}x^3 - \frac{5}{16}x^4 + \frac{35}{128}x^5 - \dots$$

$$+ \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{16}x^5 - \dots$$

$$+ \frac{3}{40}x^5 - \dots$$

$$= x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{13}{24}x^3 - \frac{19}{48}x^4 + \frac{263}{640}x^5 - \dots$$

$$(2) \sqrt{1+x-\frac{2x^2}{5}} = 1 + \frac{1}{2}\left(x - \frac{2x^2}{5}\right) - \frac{1}{8}\left(x - \frac{2x^2}{5}\right)^2 + \frac{1}{16}\left(x - \frac{2x^2}{5}\right)^3 - \frac{5}{128}\left(x - \frac{2x^2}{5}\right)^4 + \dots$$

$$= 1 + \frac{1}{2}\left(x - \frac{2}{5}x^2\right) - \frac{1}{8}\left(x^2 - \frac{4}{5}x^3 + \frac{4}{25}x^4\right) + \frac{1}{16}\left(x^3 - \frac{6}{5}x^4 + \dots\right) - \frac{5}{128}\left(x^4 + \dots\right) + \dots$$

$$= 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{5}x^2$$

$$- \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{10}x^3 - \frac{1}{50}x^4$$

$$+ \frac{1}{16}x^3 - \frac{3}{40}x^4$$

$$- \frac{5}{128}x^4 + \dots$$

$$= 1 + \frac{1}{2}x - \frac{13}{40}x^2 + \frac{13}{80}x^3 - \frac{429}{3200}x^4 + \dots$$

$$(1) \int (4x - 6 + \frac{5}{x})(7x - \frac{1}{x} + \frac{3}{2x^2}) dx = \int (28x^2 - 42x + 31 + \frac{12}{x} - \frac{14}{x^2} + \frac{15}{2x^3}) dx$$

$$= \frac{28}{3}x^3 - 21x^2 + 31x + 12 \log|x| + \frac{14}{x} - \frac{15}{4x^2}$$

$$(2) \int \frac{(5e^{6x} - 3e^{-3x})^2}{e^{8x}} dx = \int \frac{25e^{12x} - 30e^{3x} + 9e^{-6x}}{e^{8x}} dx$$

$$= \int (25e^{4x} - 30e^{-5x} + 9e^{-14x}) dx$$

$$= \frac{25}{4}e^{4x} + 6e^{-5x} - \frac{9}{14}e^{-14x}$$

$$(3) \int (5\cos 8x - 2\sin 3x + 1)^2 dx$$

$$= \int (25\cos^2 8x + 4\sin^2 3x + 1 - 20\cos 8x \sin 3x - 4\sin 3x + 10\cos 8x) dx$$

$$= \int \left\{ 25 \cdot \frac{1+\cos 16x}{2} + 4 \cdot \frac{1-\cos 6x}{2} + 1 - 20 \cdot \frac{1}{2}(\sin 11x - \sin 5x) - 4\sin 3x + 10\cos 8x \right\} dx$$

$$= \int \left(\frac{31}{2} + \frac{25}{2}\cos 16x - 2\cos 6x - 10\sin 11x + 10\sin 5x - 4\sin 3x + 10\cos 8x \right) dx$$

$$= \frac{31}{2}x + \frac{25}{32}\sin 16x - \frac{1}{3}\sin 6x + \frac{10}{11}\cos 11x - 2\cos 5x + \frac{4}{3}\cos 3x + \frac{5}{4}\sin 8x$$